

INTRODUCCIÓN A LA MEDICIÓN

¿Existe una medida exacta?

Lo que sigue pretende ser una introducción para que comiences a adquirir cierta habilidad en la toma de medidas de una magnitud y poder operar con ella.¹

El proceso de medición implica la interacción entre el patrón y el instrumento (calibrado), y entre el experimentador y el instrumento con la cantidad que se va a medir (objeto de la medición). No sólo alcanza con la interacción antedicha para determinar el proceso de medición, la metodología empleada es un factor importante en dicho proceso.

El resultado del proceso de medir es un **número real** asociado con el nombre de la unidad. La expresión del resultado obtenido no depende del proceso de medición sino solamente de la unidad, por ejemplo: $\frac{1}{2}$ hora equivale a 1800 segundos. Si bien el número cambia se trata del mismo valor: esto significa que el intervalo de tiempo medido con unidad hora vale $\frac{1}{2}$, mientras que vale 1800 cuando la unidad es el segundo.

El número obtenido en el proceso de medición no tiene una cantidad infinita de cifras, sino que está limitada. En un principio, la limitación, parece estar dada por la calidad del instrumento. Si mejoramos la calidad del instrumento (es decir mejorar la **apreciación** del mismo) mejoraremos la medida. Si esa mejora va en aumento, obtendríamos un número de cifras que aumentaría sin límites. Sin embargo, aquí aparece una limitación del tipo TECNOLÓGICA, pero las hay de otros tipos.

¿Obtendríamos el mismo número al medir el volumen de un globo lleno de aire en el verano y en el invierno? Si medimos la longitud de una barra metálica con un instrumento preciso obtendríamos un número con muchas cifras, ¿siempre el número es el mismo? ¿No influirán en la medición las variaciones de temperatura? ¿No influirá el dispositivo experimental elegido para realizar la medición? ¿Existe un **valor exacto** de la medida?²

Al repetir la medición de una misma magnitud en iguales condiciones y con el mismo procedimiento no se obtiene, generalmente, el mismo valor, sino una distribución estadística de ellos. Así, cuando medimos la longitud de una mesa utilizando una regla centimetrada los resultados son los mismos. Si reemplazamos la regla anterior por otra más precisa, por ejemplo una milimetrada, encontraremos variaciones en las cifras medidas originando una distribución de valores en torno a un valor estadístico. ¿Cuál será el valor más representativo de la longitud de la mesa? Si medimos n veces la longitud de un objeto obtenemos una serie de valores: $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$.

Cuando el número de datos obtenidos es grande, puede ser posible observar que las medidas se agrupan en torno a un cierto valor (ver figura 1).

Estas pequeñas variaciones que afectan las medidas producirán lo que llamamos la **incertidumbre de la medida**.

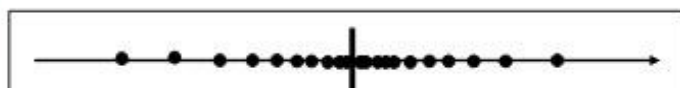


FIGURA 1: distribución de valores para una serie de medidas.

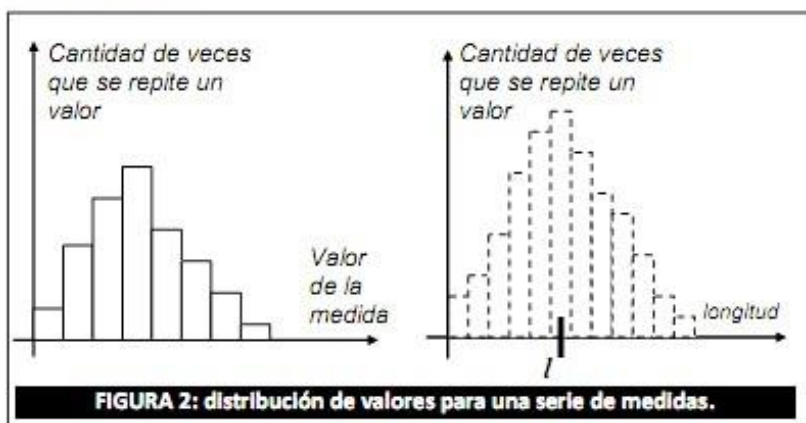


FIGURA 2: distribución de valores para una serie de medidas.

¿Qué resultado daremos como longitud del objeto?

Tomemos un par de ejes coordenados, tal que sobre el eje de las abscisas (eje horizontal) ubicamos las medidas y en el eje de las coordenadas (eje vertical) la cantidad de veces que se repite esa medida (frecuencia), se obtendrá un gráfico similar al de la figura 2 (llamado **histograma**).

Si aumentamos el número de medidas los intervalos de longitud son más pequeños y

¹ Para definir una magnitud es necesario describir el proceso de medición. Ejemplo de ellas son longitud, fuerza, volumen, densidad, tiempo, etc.

² Existe un principio que determina la relación entre las incertidumbres de dos variables conjugadas; es el principio de incertidumbre de Heisenberg.

la gráfica de barras se asemeja a un trazo continuo. Se puede identificar un valor como el más representativo de la longitud de la mesa.

$\bar{l}$ es el mejor valor que representa la longitud de la mesa y coincide con el promedio (media aritmética):

$$\bar{l} = \frac{l_1 + l_2 + l_3 + \dots + l_N}{N}$$

O también:

$$\bar{l} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} l_i$$

Este valor es llamado **VALOR MÁS PROBABLE ("VALOR MEDIO")** de esa serie de medición.

Si observamos las figuras 1 y 2 notamos que existen valores alejados del valor medio que poseen menor frecuencia de repetición. La diferencia (en valor absoluto) entre cada valor y el valor medio, se llama **DISPERSIÓN DE LA MEDIDA** y es denominada δl_i . la podemos hallar haciendo: $\delta l_i = |l_i - \bar{l}|$.

LA DISPERSIÓN MEDIA es el promedio de la dispersión de todas las medidas, es decir:

$$\overline{\delta l_i} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} \delta l_i$$

El resultado de la medida debe contener:

- El valor más representativo de la serie
- La incertidumbre de la medida

La incertidumbre nos da una idea de que tan "desparramados" quedaron las medidas de la serie. A esa incertidumbre la llamaremos **INCERTIDUMBRE ABSOLUTA O ERROR ABSOLUTO**.

Hasta aquí no hemos tenido en cuenta la **calidad y precisión** del instrumento de medida. Al considerarla se presentan dos posibilidades:

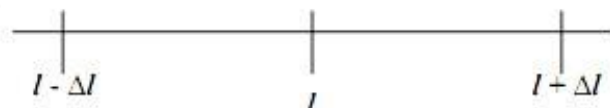
- Que la **dispersión media** sea menor a la **apreciación del instrumento**.
- Que la **dispersión media** sea mayor o igual a la **apreciación**.

En el primer caso tomaremos como **incertidumbre absoluta** en la medida el valor de la apreciación, en el segundo caso la dispersión media calculada tomará el papel de incertidumbre absoluta.

De esta forma tenemos dos valores: el promedio de la longitud ($\bar{l}$) y la incertidumbre absoluta (Δl); ambos definen un intervalo en donde se encuentra la medida realizada.

Expresaremos el resultado de la medida de longitud como:

$$l = (\bar{l} \pm \Delta l) \text{ unidad}$$



La incertidumbre absoluta debemos expresarla con una sola cifra significativa.

En el caso en que se haga **una sola medida directa** la **INCERTIDUMBRE ABSOLUTA** estará dada por LA **APRECIACIÓN DEL INSTRUMENTO** o por LA **ESTIMACIÓN** que realizará el experimentador en cada situación.

Pero aún podemos brindar más información a partir de lo hallado. Tomemos como ejemplo dos medidas distintas de longitud: $l_1 = (20 \pm 1) \text{ m}$ y $l_2 = (200 \pm 1) \text{ m}$. Observemos que ambas medidas tienen la misma incertidumbre absoluta. Sin embargo si comparamos la incertidumbre absoluta con la medida correspondiente encontramos que en l_1 tenemos una incertidumbre absoluta de 1 m en 20 m, mientras que en l_2 tenemos una incertidumbre absoluta de 1 m en 200 m. La medida l_2 es **más precisa** que la l_1 . Definimos la **INCERTIDUMBRE RELATIVA** como el cociente entre la incertidumbre absoluta y la medida:

$$INCERTIDUMBRE RELATIVA = \frac{INCERTIDUMBRE ABSOLUTA}{VALOR DE LA MEDIDA} \quad \text{es decir:} \quad INCERT. RELATIVA = \frac{\Delta l}{l}$$

Aplicándolo al ejemplo resulta:

$$\frac{\Delta l_1}{l_1} = \frac{1 \text{ m}}{20 \text{ m}} = 0,05 \qquad \frac{\Delta l_2}{L_2} = \frac{1 \text{ m}}{200 \text{ m}} = 0,005$$

La **INCERTIDUMBRE RELATIVA PORCENTUAL** se obtiene multiplicando la incertidumbre relativa por 100%. El porcentaje en l_1 es el 5% y en l_2 es 0,5%, lo que nos brinda una idea de la "calidad" de nuestra medida.

Hasta ahora hemos considerado medidas directas o realizadas con un instrumento calibrado, pero ¿qué sucede si nuestro trabajo implica determinar una MEDIDA INDIRECTA haciendo cálculos con medidas directas?

Tomemos como ejemplo una magnitud C que se obtiene a partir del producto de A y B . Sea C el área de una chapa rectangular y A y B la longitud de sus lados, entonces el problema consiste en determinar la incertidumbre en el área. Para ello se aplicará la PROPAGACIÓN DE INCERTIDUMBRES, que se muestra en la siguiente tabla para algunas operaciones básicas:

OPERACIÓN		PARA DETERMINAR INCERTIDUMBRE APLICAMOS:
SUMA	$C = A + B$	$\delta C = \delta A + \delta B$
RESTA	$C = A - B$	$\delta C = \delta A + \delta B$
COCIENTE	$C = \frac{A}{B}$	$\frac{\delta C}{C} = \frac{\delta A}{A} + \frac{\delta B}{B}$
PRODUCTO	$C = A \times B$	$\frac{\delta C}{C} = \frac{\delta A}{A} + \frac{\delta B}{B}$
POTENCIA	$C = A^n$	$\frac{\delta C}{C} = n \times \frac{\delta A}{A}$

FIGURA 3: tabla de propagación de incertidumbres.

Aplicación: halla el área ($\hat{A}$) de un rectángulo con sus respectivas incertidumbres absoluta y relativa, siendo el largo (l) y el ancho (a) del mismo medidas directas:

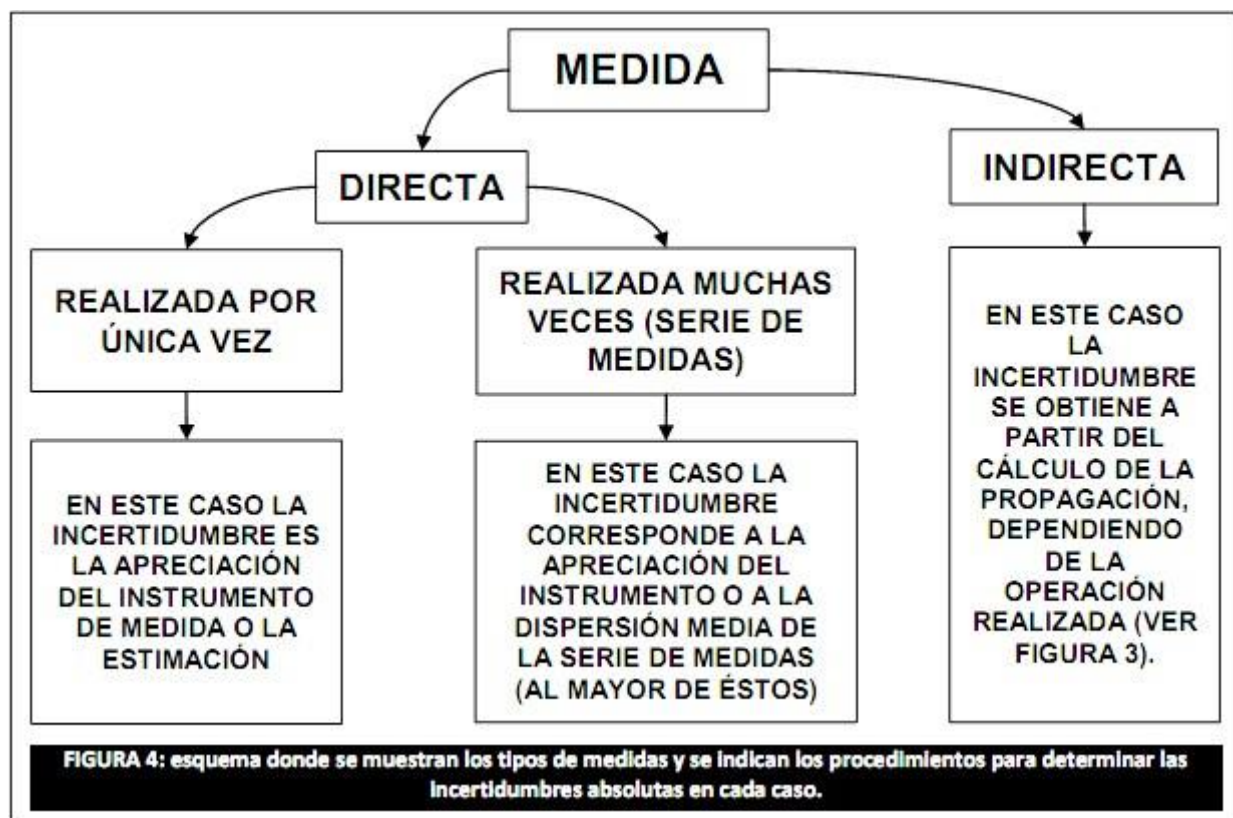
$$l = (14,5 \pm 0,5) \text{ cm} \qquad a = (7,2 \pm 0,1) \text{ cm}$$

En el desarrollo de este curso, tanto en el salón de clases como en el laboratorio, tendremos que determinar y expresar medidas. Esto implica la correcta manipulación del instrumento de medida y la aplicación de procedimientos, así como también el fundamento necesario para determinar la incertidumbre en la medida y su posterior expresión.

Como decíamos anteriormente, la expresión correcta de una medida se puede esquematizar de la siguiente manera:

$$\text{Medida} = [M \pm \delta(M)] \text{ unidad}$$

Donde M es la cantidad que se acepta como VALOR MEDIO y $\delta(M)$ es la **INCERTIDUMBRE ABSOLUTA** de la medida M , que nos explicita el intervalo dentro del cual queda contenido el valor de nuestra medida.



LAS CIFRAS SIGNIFICATIVAS:

Todas aquellas cifras distintas de cero así como los ceros que aparezcan a la derecha de otras cifras son **CIFRAS SIGNIFICATIVAS**. Por ejemplo: el número 0,076 tiene dos cifras significativas, el número 12,00 tiene cuatro, 100 tiene tres, 0,08090 tiene cuatro y 0,00005 tiene una sola cifra significativa.

TODAS LAS INCERTIDUMBRES ABSOLUTAS LAS EXPRESAMOS CON UNA SOLA CIFRA SIGNIFICATIVA Y TODAS LAS INCERTIDUMBRES RELATIVAS LAS EXPRESAMOS CON DOS CIFRAS SIGNIFICATIVAS.

LAS GRÁFICAS:

Constituyen una importante herramienta de **interpretación** de **datos experimentales**, que utilizaremos en muchas oportunidades a lo largo de este curso.

Graficaremos en papel cuadriculado o milimetrado, usando los **ejes cartesianos ortogonales** usuales: en el eje de las **ABSCISAS "x"** representamos la **variable independiente** y en el eje de las **ORDENADAS "y"** la **variable dependiente**.

En cada eje se anotarán una serie de valores regulares (algunos, no todos) de referencia a modo de **escala** en la que se representan los valores de cada variable.

Los ejes terminan en flecha, y en sus extremos deben figurar los **símbolos de las magnitudes** con la unidad correspondiente (entre paréntesis).

A la "LÍNEA" que mejor ajusta los datos experimentales en la representación gráfica, **cualquiera sea su forma**, le llamaremos "**CURVA**" (sea recta, parábola, hipérbola, senoide, etc.).

Lo que generalmente buscamos es una función matemática **f**, de la forma $y = f(x)$, que **vincula ambas variables** entre sí.

Las funciones con que trabajaremos en el curso **son simples**, en su mayoría **lineales**.

Muchas veces, en los casos en que la **CURVA** no sea una recta, vamos a "**LINEALIZARLA**" mediante un **cambio de variables** adecuado. Se le llama "**LINEALIZAR**" una "**CURVA**" al procedimiento por el cual al graficar las nuevas variables se obtiene una recta. Generalmente el fundamento teórico nos orienta en el **cambio de variables** más adecuado, así es que dependiendo del caso podremos graficar:

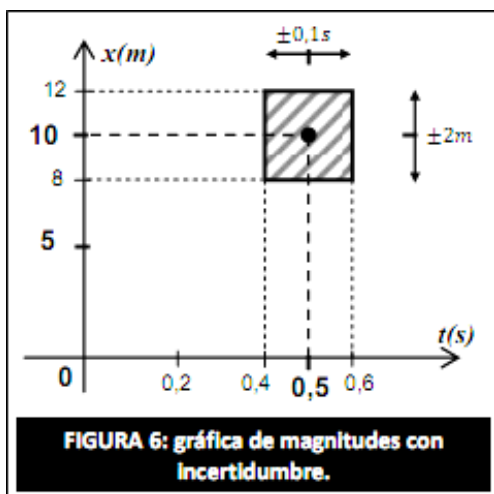
$$y = f(x^2); \quad y^2 = f(x); \quad y = f(1/x); \quad y = f(\sqrt{x}); \quad y = f(\log x)$$

Probaremos con estas o con otras funciones hasta lograr el objetivo de graficar y que quede una recta. Cuando tenemos una recta en la gráfica estamos en condiciones de escribir la relación funcional entre las variables en cuestión.

La ecuación general de una recta $y = mx + n$ implica una relación lineal entre la variable dependiente "**y**" y la independiente "**x**", donde el coeficiente angular "**m**" se calcula mediante la **PENDIENTE** de la recta, y el término independiente "**n**" es el valor de la ordenada en el origen, es decir, cuando "**x**" vale cero.

Cálculo de la pendiente de una recta:

Para calcular la pendiente de una recta, hay que tomar dos puntos de la recta y realizar el cociente entre Δy y Δx (ver figura 5).

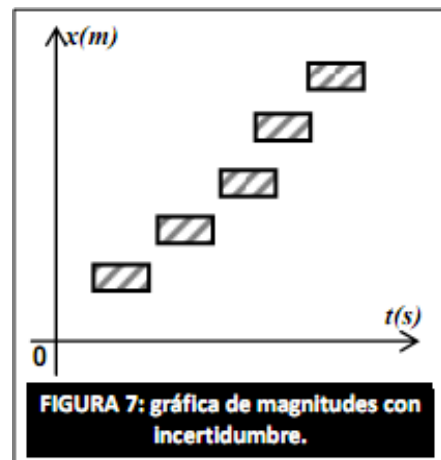


Graficando magnitudes con incertidumbre:

Veamos con un ejemplo como se grafican magnitudes con incertidumbres; en un diagrama de $x=f(t)$ ubicaremos un valor dado por:
 $x = (10 \pm 2)m$; $t = (0,5 \pm 0,1)m$

Primero ubicamos el punto de coordenadas (0,5s ; 10m). Como la variable "**x**" tiene una incertidumbre absoluta de 2 m eso implica que su valor está comprendido entre 8m y 12m, ubicamos entonces estos puntos hacia "arriba" (2m) y hacia "abajo" (2m) del punto inicial.

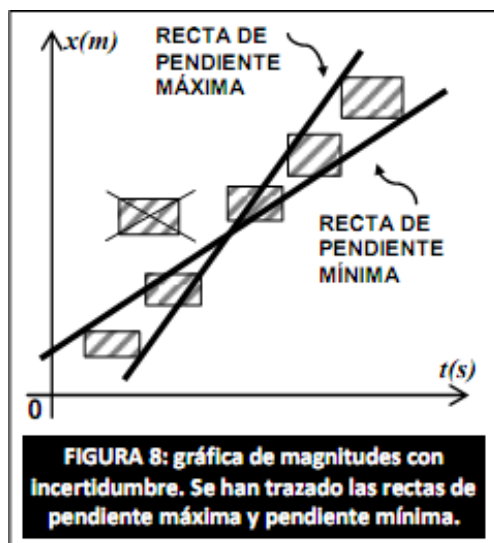
Además, la variable "**t**" tiene una incertidumbre absoluta de 0,1s, o sea que su valor está comprendido entre 0,4s y 0,6s; dibujamos estos puntos a la "izquierda" (0,1s) y a la "derecha" (0,1s) del punto indicado.



comprendido entre 0,4s y 0,6s; dibujamos estos puntos a la "izquierda" (0,1s) y a la "derecha" (0,1s) del punto indicado.

Queda formado de esta manera un **rectángulo** de 0,2s de ancho y

4m de alto centrado en el punto (0,5s ; 10m) (Ver figura 6). Dicho rectángulo se denomina "**rectángulo de incertidumbre**" y significa que el "punto" medido puede estar en cualquier lugar del rectángulo pero no fuera de él.



Se repite este procedimiento para los otros "puntos" a graficar, quedando el aspecto del gráfico como el mostrado en la figura 7.

Luego se pueden trazar las rectas de **MÁXIMA PENDIENTE** y de **MÍNIMA PENDIENTE** (ver figura 8).

Puede darse el caso que uno de los "datos" graficados no esté alineado con los demás, en ese caso podemos suponer que dicho valor estuvo mal medido y lo marcamos con una cruz pero no lo borramos y no lo tenemos más en cuenta para nada (ver figura 8).

También podemos trazar las rectas de máxima y de mínima pendiente, hallando las coordenadas del "CENTROIDE". El centroide es el punto en donde se cruzan TODAS las rectas posibles que pasen por TODOS los rectángulos.

En casos como este, en el que es posible alinear los datos graficados, podemos afirmar que "x" y "t" se relacionan mediante una función lineal del tipo: $x = m \cdot t$ (de igual forma que la proporción directa).

Siendo "m" la constante de proporcionalidad, también llamada coeficiente angular de la recta o "pendiente" de la recta. Este valor lo determinamos calculando la **pendiente máxima** y la **pendiente mínima**. El valor más probable de la pendiente será calculado haciendo el promedio entre las pendientes máxima y mínima:

$$PEND = \frac{PEND_{MÁX} + PEND_{MÍN}}{2}$$

La incertidumbre de la pendiente $\delta(PEND)$ la calculamos como la semi-resta entre los valores promediados de pendiente máxima y pendiente mínima. Es decir:

$$\delta(PEND) = \frac{PEND_{MÁX} - PEND_{MÍN}}{2}$$

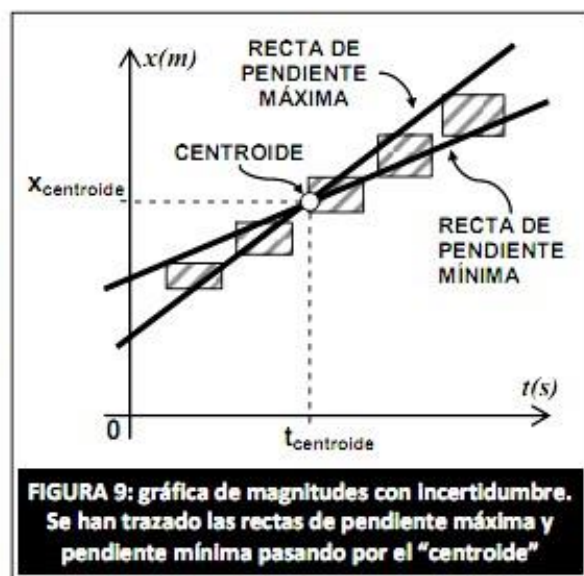
Entonces debemos encontrar las coordenadas del "centroide".

Para determinar las coordenadas del "centroide" debo calcular el promedio de los valores en cada eje (para la abscisa y la ordenada).

En el ejemplo, para determinar la **abscisa** del "centroide" sumo todos los valores de tiempo y lo divido entre la cantidad de valores graficados, y para hallar la **ordenada** del "centroide" hago lo mismo con los valores de "x".

Una vez determinadas las coordenadas, ubico el "centroide". Luego trazo la **recta de pendiente máxima** y la **recta de pendiente mínima** de forma tal QUE PASEN POR EL "CENTROIDE" y por TODOS los rectángulos de incertidumbre (ver figura 9).

El valor del coeficiente "m" y su incertidumbre se determinan como en el caso anterior.



RECOMENDACIONES AL MOMENTO DE REALIZAR LAS GRÁFICAS:

- Vamos a graficar SIEMPRE en papel cuadrulado o milimetrado y con lápiz.
- Dibujar los ejes perpendiculares entre sí, no olvidar la punta de la flecha que indica el incremento de la variable, anotar en el extremo de cada eje la variable que se está representando en dicho eje y su unidad.
- Hay que representar en la gráfica TODOS los valores medidos con sus respectivas incertidumbres.
- Las curvas deben ser de trazo continuo, y único (hay algunos fenómenos en los que la curva es discontinua).
- Expresar dichos valores con sus respectivas incertidumbres y unidades.